重修标记 □

姓名--------------

学号--------------

班级--------------

南昌航空大学 2013 —2014 学年第二学期期末考试

课程名称：信息论与编码 闭卷 B 卷(答案) 120 分钟

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	合计
满分	8	16	10	15	10	8	10	15	8	100
实得分										

评阅人	得分

一、判断题（每题 1 分，共 8 分）

1、一般来说通信系统的性能中必须考虑安全性。 （ × ）

2、相互独立下的两个随机变量互信息为零。 （ √ ）

3、 哈夫曼码是一种最佳变长即时码。 （ √ ）

4、信息率失真函数是增函数。 （ × ）

5、连续型随机变量在限平均功率下在均匀分布时达到最大熵。 （ × ）

6、卷积与交错均为概率均匀化的方法。 （ √ ）

7、循环冗余校验码是循环码的一种。 （ × ）

8、循环码的对偶码仍然为循环码。 （ √ ）

评阅人	得分

二、填空题（每空 2 分，共 16 分）

1. 信息的载体分<u> 物理 </u>载体与<u> 非物理 </u>载体两种.

2. 设有一离散无记忆平稳信道，其信道容量为 C，只要待传送的信息传输率 R_小于_C（大于、小于或等于）时，则存在一种编码，当输入序列长度 n 足够大时，使译码错误概率<u>趋于零</u>。

3. 无失真信源编码的平均码长最小理论极限值为<u> H(X) </u>。

4. 信源与信道的匹配分<u> 符号匹配 </u>与<u> 信息匹配 </u>两种。

5. 汉明码的纠错能力恒为<u> 1 </u>。

评阅人	得分

三、简答题（每题 5 分，共 10 分）

1. 利用公式说明条件熵不大于无条件熵, 并说明二者何时相等。

答:设 X 与 Y 为两个随机变量,Y 的熵(无条件)公式为

$$H(Y) = -\sum_{j=1}^{m} p(y_j)\log p(y_j)$$ (1 分)

而 Y 关于 X 的条件熵公式为

$$H(Y|X)=-\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}p(x_i,y_j)\log p(y_j|x_i) \quad (3\text{ 分})$$
$$=H(Y)-I(X;Y).$$

因为$I(X;Y)\geq 0$,所以$H(Y|X)\leq H(Y)$. (4 分)当且仅当$I(X;Y)=0$即 X、Y 相互独立时等式成立(5 分).

2. 简述信源的种类。

答：信源分离散信源与连续信源与非离散非连续信源（2 分）。离散信源分单符号信源与离散序列信源，连续信源分单符号连续信源、连续序列信源与波形信源（5 分）。

评阅人	得分

四、（15 分）在黑箱子中放入 5 个红球，3 个黑球，2 个白球，球的大小一样，。问：在不放回抽样中，求（1）取一个球获得的平均信息量（2）已经取定第一个球时，再取第二个球能获得的信息量。

解:(1)取一个球时,取得红球,黑球与白球的概率分别为$\frac{1}{2},\frac{3}{10},\frac{2}{10}$,(3 分)因此获得的平均信息量为$\frac{1}{2}\log 2+\frac{3}{10}\log\frac{10}{3}+\frac{2}{10}\log 5=\frac{8}{10}+\frac{1}{2}\log 5-\frac{3}{10}\log 3$. (5 分)

(2)第一个球取红球时,再取第二个球的信息量为$H(\frac{4}{9},\frac{3}{9},\frac{2}{9})$;(7 分)

第一个球取黑球时,再取第二个球的信息量为$H(\frac{5}{9},\frac{2}{9},\frac{2}{9})$;(9 分)

第一个球取白球时,再取第二个球的信息量为$H(\frac{5}{9},\frac{3}{9},\frac{1}{9})$;(11 分)

因此取定第一个球时,再取第二个球的信息量为:

$$\frac{1}{2}H(\frac{4}{9},\frac{3}{9},\frac{2}{9})+\frac{3}{10}H(\frac{5}{9},\frac{2}{9},\frac{2}{9})+\frac{2}{10}H(\frac{5}{9},\frac{3}{9},\frac{1}{9}) \quad (13\text{ 分})$$
$$=\frac{1}{2}(\frac{5}{3}\log 3-\frac{10}{9})+\frac{3}{10}(2\log 3-\frac{5}{9}\log 5-\frac{4}{9})+\frac{2}{10}(-\frac{5}{9}\log 5+\frac{5}{3}\log 3)$$
$$=\frac{53}{30}\log 3-\frac{5}{18}\log 5-\frac{31}{45}.(15\text{ 分})$$

评阅人	得分

五、（10 分）设信源分布为

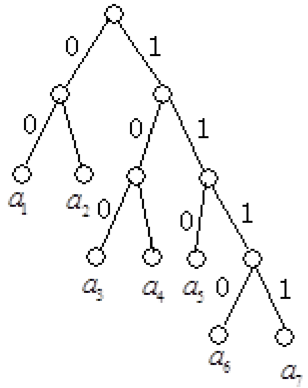
$$\begin{pmatrix}X\\P\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 & a_6 & a_7\\0.35 & 0.2 & 0.15 & 0.1 & 0.1 & 0.05 & 0.05\end{pmatrix}$$

试对其编写费诺码，并画出其码树。

解：

符号	概率	编码过程				码
a_1	0.35	0	0			00
a_2	0.2		1			01
a_3	0.15	1	0	0		100
a_4	0.1			1		101
a_5	0.1		1	0		110
a_6	0.05			1	0	1110
a_7	0.05				1	1111

码树:



评阅人	得分

六、(8 分)设对称信道的信道转移概率矩阵为$\begin{pmatrix} 0.9 & 0.1 \\ 0.1 & 0.9 \end{pmatrix}$,以每秒钟$10^7$个符号传输,求一分钟对应的信道序列的信道容量。

解:传输一个符号时,由于信道为对称信道,据对称信道的信道容量公式得

C=log2-H(0.9,0.1)=1.8log3-log5 (bit/符号) (4 分)

已知每秒钟输出10^7个符号,则一分钟输出的符号数为6×10^8,一分钟的信道序列的容量为

$6\times10^8\times$(1.8log3-log5) (bit/分) (8 分)

评阅人	得分

七、(10 分)某 2 元线性码的生成阵为

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

求其校验阵，并通过码表列出其编码。

解：先将生成阵化成系统形式：

$$\begin{pmatrix}1&0&1&1&1&0\\1&1&1&1&0&0\\0&1&1&1&0&1\end{pmatrix}\xrightarrow{r_2-r_1}\begin{pmatrix}1&0&1&1&1&0\\0&1&0&0&1&0\\0&1&1&1&0&1\end{pmatrix}\xrightarrow{r_3-r_2}\begin{pmatrix}1&0&1&1&1&0\\0&1&0&0&1&0\\0&0&1&1&1&1\end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{r_1-r_3}\begin{pmatrix}1&0&0&0&0&1\\0&1&0&0&1&0\\0&0&1&1&1&1\end{pmatrix}$$

(3 分)

校验阵为

$$\begin{pmatrix}0&0&1&1&0&0\\0&1&1&0&1&0\\1&0&1&0&0&1\end{pmatrix}\text{（5 分）}$$

编码列表

消息	码
000	000000
001	011101
010	111100
011	100001
100	101110
101	100101
110	010110
111	111111

（10 分）

评阅人	得分

八、（15 分）某 2 元线性码的校验阵为

$$\begin{pmatrix}1&0&1&1&0&0&1\\0&1&0&1&1&0&1\\0&1&1&1&0&1&0\end{pmatrix}$$

求（1）码率、纠错能力与检错能力。

（2）陪集头与伴随式表。设输出符号为 1100100，求其伴随式译码。

（3）设在 BSC 信道中，单符号错误概率为 0.1，求其正确译码的概率。

解:(1)因为校验阵为3×7矩阵，故此码为 2 元(7,4)线性码，因此其码率为$\frac{4}{7}$(2 分).

因为校验阵的任意两列线性无关,第一、二、四列线性相关,因此此线性码的码中为 3(3 分),因此检错能力为 2(4 分),纠错能力为 1(5 分).

(2)陪集头与伴随式列表

陪集头	伴随式
0000000	000
1000000	100
0100000	011
0010000	101
0001000	111
0000100	010
0000010	001
0000001	110

（8 分）

因为 1100100 的伴随式为

$$\begin{pmatrix}1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0\end{pmatrix}^{T}=\begin{pmatrix}1 & 0 & 1\end{pmatrix}$$（10 分）

对应陪集头 0010000,因此翻译为 1110100.（11 分）

(3)从校验阵可见此码为汉明码, 一个码元的错误必可纠, 而超过一个错误必不可纠, 因此可得正确译码的概率为$0.9^7+7\times0.9^6\times0.1=0.8503$（ 15 分）.

评阅人	得分

九、（8 分）设某码长为 7 的循环码的校验多项式为 $g(x)=x^3+x+1$，求其生成多项式，并求其生成阵。

解：因为 $x^7-1=(x+1)(x^3+x+1)(x^3+x^2+1)$,即

$$x^7-1=(x+1)(x^3+x^2+1)g(x)=(x^4+x^2+x+1)g(x)$$ (3 分)

因此生成多项式为 $f(x)=x^4+x^2+x+1$.(4 分)

生成阵为:

$$\begin{pmatrix}1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1\end{pmatrix}$$(8 分).