重修标记 □

姓名------------ 学号------------ 班级------------

南昌航空工业学院 2006—2007 学年第一学期期末考试

课程名称: 信息科学基础 闭卷 A 卷 120 分钟 (答案)

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	合计
满分	15	15	10	10	10	10	20	10	100
实得分									

评阅人	得分

一、 选择题(每小题 3 分，共 15 分)

1．下列不等式正确的是（ C ）

（A） $H(X,Y)\le H(X)$ (B) $I(X;Y)\ge H(X)$

(C) $H(X|Y)\le H(X)$ (D) $H(X,Y)\ge H(X)+H(Y)$

2．下列码哪个不是分组码 (D)

(A) 费诺码 (B)循环码 (C)香农码 (D) 算术码

3.下面说法正确的是 （ B ）

(A)唯一可译码是即时码。(B)即时码是唯一可译码。

（C）唯一可译码是奇异码。（D）奇异码是分组码。

4．信息率失真函数的性质是（ C ）

（A）是单调不减函数。（B）是单调不增函数。

（C）是严格单调减函数。（D）是严格单调增函数。

5．信源符号为{a,b,c,d},对应的概率分别为（二进制）:

0.011,0.011,0.001,0,001.

若算术码码字为 110010110001，则译码的第一个符号为：(C)

(A)a (B)b (C)c (D)d

评阅人	得分

二、概念简答题（每题 5 分，共 15 分）

1. 简述无失真等长信源编码定理和变长信源编码定理。

答：等长信源编码定理：对于任意 $\varepsilon > 0, \delta > 0$，只要 $\frac{K}{L}\log_2 m \geq H(X) + \varepsilon$，则当 L 足够长时必可使译码差错 $< \delta$。

变长信源编码定理：只要 $\frac{\overline{K_L}}{L} \geq \frac{H(X)}{\log_2 m}$，一定存在一种无失真编码。

等长码和变长码的最小平均码长均为 $\frac{H(X)}{\log_2 m}$，编码效率最高可达 100%。

2. 解释信道编码中的最佳译码与最大似然译码，何时二者等价？

答: 设码元集合为 $C = \{\bar{c}_1, \bar{c}_2, \ldots, \bar{c}_m\}$, 收到的字为 $\bar{r}$.

则据最佳译码， $\bar{r}$ 应译成 $\bar{c}_i$, 对任意 $k \neq i$, 有: $P(\bar{c}_i \mid \bar{r}) \geq P(\bar{c}_k \mid \bar{r})$.

据最大似然译码， $\bar{r}$ 应译成 $\bar{c}_j$, 对任意 $k \neq j$, 有 $P(\bar{r} \mid \bar{c}_j) \geq P(\bar{r} \mid \bar{c}_k)$.

当输入分布为等概率分布时, 二者等价.

3. 叙述一下用哪些方法可以减少信道传输中的错误概率（至少举两种方法）。

答: 可以用增加信道容量、减小码率的方法.

评阅人	得分

三（10 分）、二元无记忆信源，有 $\mathbf{P(0)=\frac{1}{4},P(1)=\frac{3}{4}}$ 求：

（1）某一信源序列由 5 个二元符号组成，其中有 2 个“1”，求其自信息量。

（2）求 5 个符号构成的信源序列的熵。

解：(1) 有 2 个“1”的符号序列的概率为

$$(\frac{3}{4})^2(\frac{1}{4})^3 \quad (3\text{ 分})$$

所以其自信息量为 $\log\frac{4^5}{90}=10-2\log 3$ （5 分）

(2)所求信源序列的熵为

$$H(X)=\frac{1}{4^5}\log 4^5+5\times\frac{3}{4^5}\log\frac{4^5}{3}+10\times\frac{9}{4^5}\log\frac{4^5}{9}+10\times\frac{27}{4^5}\log\frac{4^5}{27}$$

$$+5\times\frac{81}{4^5}\log\frac{4^5}{81}+\frac{243}{4^5}\log\frac{4^5}{243}$$

(5 分, 写出表达式即可)

评阅人	得分

四、（10 分）求以下信道的信道容量

$$\begin{pmatrix} \mathbf{0.2} & \mathbf{0.3} & \mathbf{0.4} & \mathbf{0.1} \\ \mathbf{0.3} & \mathbf{0.2} & \mathbf{0.1} & \mathbf{0.4} \end{pmatrix}$$

解:因为转移概率阵的每一行为置换,所以此信道为准对称信道. (2 分)

此转移概率阵可以分成两个对称部分:

$$\begin{pmatrix} 0.2 & 0.3 \\ 0.3 & 0.2 \end{pmatrix} 与 \begin{pmatrix} 0.4 & 0.1 \\ 0.1 & 0.4 \end{pmatrix} \quad (5\text{ 分})$$

据公式: $C=\log n-H(p_1^{'},p_2^{'},...,p_s^{'})-\sum_{k=1}^{r}N_k \mathrm{Log} M_k$ （8 分）

其中 n=2, $p_1^{'}=0.2,p_2^{'}=0.3,p_3^{'}=0.4,p_4^{'}=0.1,N_1=0.2+0.3=0.5,N_2=0.5.$

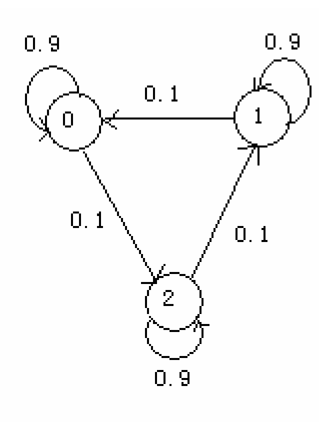
$M_1=0.5,M_2=0.5.$

所以 C=1-H(0.2,0.3,0.4,0.1)-0.5log0.5-0.5log0.5=2-log5+0.3log3.(10 分)

五.（10 分）一阶马尔可夫信源的状态图如下。信源符号集为{0，1，2}。

（1）求平稳后信源的概率分布。

（2）求信源的极限熵 H_{∞}。



解:(1)从状态图可以看出,状态转移概率阵为

$$P=\begin{pmatrix}0.9 & 0 & 0.1\\ 0.1 & 0.9 & 0\\ 0 & 0.1 & 0.9\end{pmatrix}\text{(2 分)}$$

设平稳后的概率分布为：（p(0),p(1),p(2)）.则有：

$$(p(0),p(1),p(2))\begin{pmatrix}0.9 & 0 & 0.1\\ 0.1 & 0.9 & 0\\ 0 & 0.1 & 0.9\end{pmatrix}=(p(0),p(1),p(2))\quad (4\text{ 分})$$

由此得：

$$\begin{cases}p(0)=0.9p(0)+0.1p(1)\\ p(1)=0.9p(1)+0.1p(2)\\ p(2)=0.1p(0)+0.9p(2)\\ p(0)+p(1)+p(2)=1\end{cases}$$

解得稳态分布：p(0)= 1/3,p(1)=1/3,p(2)=1/3.　(5 分)

⑵据公式 $H_\infty=\sum W_i H(X|s_i)$.　（7 分）

因为从状态图可以看出

$H(X|s_1)=0.9\log 1/0.9+0.1\log 1/0.1=1+\log 5-1.8\log 3$

同理 $H(X|s_2)=1+\log 5-1.8\log 3$

$H(X|s_3)=1+\log 5-1.8\log 3$　(9 分)

所以 $H_\infty=1+\log 5-1.8\log 3$.（10 分）

六.（10 分）设有一离散信道，其信道转移概率矩阵为 $p=\begin{pmatrix}0.7 & 0.1 & 0.2\\ 0.2 & 0.1 & 0.7\end{pmatrix}$，

求：

（1）最佳概率分布。

（2）当 $p(x_1)=0.7, p(x_2)=0.3$ 时，求互信息 $I(X;Y)$，疑义度 $H(X|Y)$。

解(1)不妨设输入字母表为{0,1},输出字母表为{0,1,2}

又设输入时 p(0)=p,则 p(1)=1-p.

因为转移概率阵为准对称阵,所以当 H(Y)达到最大值时,I(X:Y)最大.(2 分)

而输出分布为:

0.7p+0.2(1-p)=0.5p+0.2; 0.1p+0.1(1-p)=0.1; 0.2p+0.7(1-p)=0.7-0.5p(

所以输入符号的熵为

0.1log10+(0.5p+0.2)log1/(0.5p+0.2)+(0.7-0.5p)log1/(0.7-0.5p)(4 分)

可以看出,当 0.5p+0.2=0.7-0.5p 时,熵最大.

所以最佳概率分布为均匀分布.(5 分)

(2)I(X;Y)=H(Y)-H(Y|X)=H(Y)-H(0.7,0.1,0.2) (7 分)

H(Y)=0.1log10+0.55log1/0.55+0.35log1/0.35

所以 I(X;Y)=1.1-0.55log11+0.35log7 (9 分)

据 I(X;Y)=H(X)-H(X|Y),得

H(X|Y)=H(X)-I(X;Y)=log5-1.05log7+0.55log11-0.3log3-0.1

(10 分,写出表达式也算对)

七、(20 分)设线性分组码的生成矩阵为

$$G=\begin{bmatrix}1&0&0&1&0&1\\0&1&0&1&1&0\\0&0&1&0&1&1\end{bmatrix}$$

（1）写出此码的所有码字。
（2）求其对应的校验矩阵 H.
（3）确定最小码距，问此码能纠几位错？
（4）若接收字为 **100110**，用伴随式法求译码结果。

解：(1)由 C=$\overline{m}$G 可得所有码字为：

000000，001011，010110，011101，100101，101110，110011，111000(5 分)
(2）此码是系统码，由 G 知，

$Q=\begin{bmatrix}101\\110\\011\end{bmatrix}$. 所以校验阵为 $H=\begin{bmatrix}Q^T & I\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}110100\\011010\\101001\end{bmatrix}$ (10 分)

3）由 H 可知，其任意 2 列线性无关，而有 3 列线性相关，故有 $d_{\min}=3$，能纠一位错。(15 分)

4） 陪集头 伴随式 $S=EH^T$

100000	101
010000	110
001000	011
000100	100
000010	010
000001	001(18 分)

由 $\mathbf{S=rH^T=011.}$ 知 E＝001000，则 $\hat{\mathbf{r}}=\mathbf{r+E=101110}$ (20 分)

评阅人	得分

八、（10 分）已知（7，4）循环码的生成多项式 $\mathbf{g(x)=x^3+x+1}$，求：

（1）写出该码的生成矩阵。

（2）若消息码式为 $\mathbf{m(x)=1+x+x^2}$，求其系统码与非系统码的码字。

解(1)该码的生成阵为:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (4\text{分})$$

(2)先求非系统的编码,消息码式对应的消息列为 0111

$$\text{因为}(0 \quad 1 \quad 1 \quad 1)\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (6\text{分})$$

所以非系统的码为 1100010　 (7 分)

再求系统的编码:

生成多项式化为系统形式为:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad (9\text{分})$$

$$\text{且}\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

所以系统形式的编码为 0111010. （10 分）

邮箱： jxzouq@126.com
2013．9．20